**Lunghwa University of Sciences & Technology**

**龙华科技大学**

*Module: Discrete Mathematics*

离散数学课程

*客座教授*

蔡青山博士

河內科技大學教授

*Visiting Professor*:

Dr. THÁI THANH SƠN

Professor at Hanoi University of Sciences & Technology

**Đại học Mở Hà Nội**

**Khoa Công nghệ thông tin**

Học phần: TOÁN RỜI RẠC

*Module: Discrete Mathematics*

*Giảng viên*: GS. TS. THÁI THANH SƠN

\*

\* \*

Mở đầu

* *Giải tích toán học: Nghiên cứu về các biến số liên tục*
* *Trong thực tế, thế giới vật chất là không liên tục. Nhiều hiện tượng chủ yếu liên quan đến các dạng vật chất rời rạc: Vật lý lượng tử, Kỹ thuật xung, Kỹ thuật số v..v..*
* *=> Toán rời rạc là phân môn toán học chuyên nghiên cúu những quan hệ số lượng của thế giới vật chất rời rạc*
* *Đặc biệt quan trọng đối với ngành CNTT và Kỹ thuật số*
* *Cơ sở đầu tiên và quan trọng đi đến* Logic học => Trí tuệ nhân tạo
* *Còn có tên gọi là* Toán - tin

NỘI DUNG

Phần 1: Lý thuyết Tập hợp

Phần 2: Các bài toán tổ hợp

Phần 3: Lý thuyết đồ thị

Phần 4: Logic và ô-tô-mát hữu hạn

Phần 1: NHẬP MÔN LÝ THUYẾT TẬP HỢP

Chương 1. TẬP HỢP VÀ ÁNH XẠ

## 1.1. TẬP HỢP VÀ PHẦN TỬ

**Tập hợp** – sau này gọi tắt là **tập,** và **phần tử** là những **khái niệm toán học nguyên thủy** (***Primitive notion***), không thể định nghĩa dựa vào bất kỳ khái niệm nào “đi trước” mà ta chỉ có thể mô tả chúng.

Có nhiều phương pháp để chỉ ra một tập hợp cụ thể cần nghiên cứu. Sau đây chúng ta nói đến hai phương pháp thường dùng nhất:

**Phương pháp liệt kê:**

Thông thường để chỉ ra một tập hợp bao gồm những phần tử nào, ta có thể dùngphương pháp **liệt kê**: ghi ra trong một bảng “danh sách” tất cả các phần tử của tập đó.

*Thí dụ 1.*Tập B là tập gồm 5 phần tử là:2, 4, 5, 6, 8:

*Thí dụ 2:* Danh sách sinh viên CNTT-ĐHMHN khóa 2010

**Phương pháp mô tả:**

Trong nhiều trường hợp không thể liệt kể đủ các phần tử của 1 tập, để chỉ ra một tập hợp xác định nào đó, ta nêu ra những ***tính chất đặc trưng*** của các đối tượng trong tập hợp đó - mọi đối tượng thuộc tập hợp đều phải có tính chất đặc trưng đó và bất cứ đối tượng nào có tính chất đặc trưng đó thì đều là phần tử của tập hợp.

*Thí dụ 1.*Tập hợp các số nguyên dương N+.. Khi đó các số 1, 2, 3, … là các phần tử của N+. Các phần tử của N+ có 2 tính chất chung: đó là số *nguyên và dương*. Các số như 2,15; 1/3; -7… không là phần tử của N+

*Thí dụ 2.*là tập hợp các số nguyên dương lẻ. Các phần tử của A có 3 tính chất chung là *nguyên, dương và lẻ.*

Nếu x là một đối tượng nằm trong tập A, ta gọi x là **phần tử** của A hay là x **thuộc** A và ký hiệu:; nếu x không phải là phần tử của A – x không thuộc A –thì ta ký hiệu:.

*Thí dụ 3.* Tập K = {anh A, chị B, bà C, cụ X}

**1.1.1. Tập hữu hạn và tập vô hạn.**

Nếu A là một tập có một số hữu hạn phần tử - thì số lượng các phần tử của tập A gọi là *bản số* hay *lực lượng* của tập A; ký hiệu là |A| hay N(A); đó là một số nguyên dương. tập A được gọi là là ***tập hữu hạn*.**

Nếu A không phải tập hữu hạn thì ta gọi A là *tập vô hạn*.

*Thí dụ.* là tập hữu hạn. |A| = 4

N = {1, 2, 3. …n, …}: tập các số tự nhiên là tập vô hạn.

: tập các số nguyên là tập vô hạn.

: tập các số hữu tỉ là tập vô hạn.

Các số thực} là tập vô hạn.

**1.1.2. Tập rỗng.**

Trong quá trình tính toán về sau, ta sẽ đưa vào khái niệm ***tập rỗng.***

*Định nghĩa 1:* Nếu  thì A gọi là tập rỗng, đó là *tập không chứa một phần tử nào*.Ta ký hiệu tập rỗng là 

*Thí dụ.* A là tập các nghiệm thực của PT  thì và |A| = 2. Còn tập nghiệm thực của PT  là tập rỗng

**1.1.3. Sự bao hàm và tập con.**

*Định nghĩa 2:* Nếu với mọi phần tử ,hoặc tương đương: Với mọi thì ta ta viết  .và nói là:

* A bao hàm trong B hoặc A chứa trong B.
* B bao hàm A hay B chứa A.
* A là tập con của B.

**1.1.4. Tập hợp bằng nhau.**

*Định nghĩa 3:* Hai tập A và B gọi là bằng nhau (ta viết ) nếu chúng bao gồm những phần tử như nhau: ***mọi phần tử thuộc A đều thuộc B và ngược lại***.



*Thí dụ 1.*và là hai tập bằng nhau.

Thứ tự hay vị trí của các phần tử được kể ra không quan trọng.

*Thí dụ 2.* A là tập gồm 2 phần tử {-1; +1} và B là tập {nghiệm số thực của phương trình bậc 2: x2 – 1 = 0} thì A = B.

Từ 3 định nghĩa trên có thể suy ngay ra các mệnh đề sau đây:

*  nếu  và 
* A chứa các phần tử của nó.
* Tập rỗng  là tập con của mọi tập A (?).

**Sơ đồ Venn:**

Để hình dung mối liên hệ giữa các tập (trong một quá trình nghiên cứu) người ta dùng một cách biểu diễn hình học gọi là ***sơ đồ Venn***. Trong sơ đồ Venn, mỗi tập được biểu diễn bằng một miền kín trong mặt phẳng, các điểm bên trong miền kín biểu thị cho một phần tử của tập đó.

Khi đó quan hệ  được biểu thị bởi hình 1 – Miền A nằm trong miền B.



**1.1.5. Tập vũ trụ.**

*Định nghĩa 4:* Ta gọi ***tập vũ trụ*** ký hiệu là U – *trong từng vấn đề* – đó là tập bao hàm mọi phần tử thể có *trong vấn đề đang xem xét*. Trong sơ đồ Venn, người ta thường biểu diễn tập U bằng một hình vuông (đơn vị). Mọi tập khác được xem xét đều là những miền nằm trong hình vuông đó (Hình 2).



**1.1.6. Tập lũy thừa.**

*Định nghĩa 5 :*Cho tập A, ta gọi *tập lũy thừa* của A ký hiệu là P(A) hay  là ***tập mọi tập con*** của A (bao gồm cả tập rỗng và bản thân tập A).

*Chú ý:* Phần tử của tập lũy thừa là mọi tập con của A, bao gồm cả các phần tử của A xem như những tập con chỉ có 1 phần tử.

*Thí dụ:* thì

.

Tập lũy thừa của A thường liên quan đến việc nghiên cứu những tập con tạo thành bởi các phần tử của A để xem chúng có thỏa mãn một tính chất “*cấu trúc*” nào đó hay không.

Ta chứng minh được: Nếu tập A có n phần tử,  thì  (Thử tự CM – gợi ý: dùng công thức nhị thức Newton)

## 1.2. CÁC PHÉP TOÁN TẬP HỢP

Từ hai tập A và B cho trước – trong U – ta định nghĩa một số qui tắc tạo ra một tập mới theo một cách nào đó, gọi đó là các ***phép hợp thành trong*.** hay cũng cũng gọi là ***phép toán tập hợp***.

**1.2.1. Phép hợp.**

***Hợp*** của 2 tập A và B, ký hiệu là , là tập chứa tất cả các phần tử ***thuộc A hoặc thuộc B – có thể đồng thời thuộc cả hai* -**, nghĩa là: hoặc  được biểu diễn bởi sơ đồ Venn như hình 3.



*Thí dụ.*

**1.2.2. Phép giao.**

***Giao*** của hai tập A và B, ký hiệu là , là tập chứa tất cả các phần tử ***vừa thuộc A, vừa thuộc B***, nghĩa là và

Biểu diễn của  bằng sơ đồ Venn như hình 4.



*Thí dụ.* Cũng trong thí dụ trên  thì 

* Nếu  thì ta nói rằng A và B là hai tập ***rời nhau.***

*Thí dụ:* là hai tập rời nhau vì .

**1.2.3. Phép trừ.**

***Hiệu*** của tập A trừ tập B ký hiệu là A\B, là tập chứa các phần tử *thuộc A mà không thuộc B*.

Biểu diễn của A\B bằng sơ đồ Venn có dạng như hình 5.



*Thí dụ.*

***Hiệu đối xứng: AΔB: thuộc A mà không thuộc B hoặc thuộc B mà không thuộc A.*** Minh họa theo thí dụ trên: AΔB = {5,3}

**1.2.4. Tập bù.**

Nếu  thì E\A là *tập bù của A trong E*

Trường hợp đặc biệt nếu  thì U\A được gọi ngắn gọn là *tập bù* hay *tập đối lập* của Avà ký hiệu là .Dễ dàng nhận thấy 



**1.2.5. Tính chất của các phép toán tập hợp**

Các phép toán tập hợp nêu trên thỏa mãn các đẳng thức dưới đây mà ta gọi đó là các luật.- Kiểm nghiệm bằng sơ đồ Venn (Không phải là một cách chứng minh!)

|  |  |
| --- | --- |
| **Đẳng thức** | **Tên gọi** |
| (1) | Lũy linh-ý nghĩa của |
| (2) | Luật lũy đẳng-ý nghĩa của U |
| (3) | Luật nuốt – đồng nhất |
| (4) | Luật giao hoán |
| (5) | Luật kết hợp |
| (6) | Luật phân phối |
| (7) | Luật De Morgan |
| (8) | Luật phủ định của phủ định |

6 qui luật trên có tính độc lập, hai qui luật (7) và (8) có thể chứng minh được từ 6 qui luật trên, Chẳng hạn:

* **Chứng minh Quy tắc De Morgan:**

ta có:

a) 

b) 

Ta chỉ chứng minh đẳng thức a), chứng minh đẳng thức b) hoàn toàn tương tự.

\*) 





\*) 





Vậy .

Các phép toán a) và b) có thể mở rộng cho n tập; khi đó quy tắc De Morgan sẽ có dạng tổng quát sau đây:





**Cấu trúc dàn Boole đại số:**

- Tập hợp và các phép toán tập hợp định nghĩa như trên là trường hợp riêng của một dạng cấu trúc đại số quan trọng.

- ***Định nghĩa:***  *Trong tập hợp các phần tử của một tập hợp M cho trước, nếu ta định nghĩa được 3 luật hợp thành trong, qui ước gọi là* ***phép hợp*** *(hay phép cộng),* ***phép giao*** *(hay phép nhân)* ***và phép phủ định (****hay phép bù), 3 phép toán đó thỏa mãn 6 tính chất (tiên đề) là (1), (2), (3), (4), (5), (6) và do đó thỏa mãn qui tắc De Morgan thì M gọi là một* ***dàn Boole đại số.***

**1.2.6. Phủ và phân hoạch.**

Cho  trong đó  là các tập con của E. Nếu thì S gọi là một phủ của E.

Nếu S là một phủ của E và  thì S gọi là một phân hoạch của E.

*Thí dụ.* 

Thì  là một phân hoạch của E.

Dễ thấy rằng số các phần tử của E đúng bằng tổng số các phần tử của  và  cho nên khái niệm phân hoạch là cơ sở của “*nguyên lý cộng*” trong bài toán đếm mà ta sẽ nghiên cứu ở chương sau.

**1.2.7. Tích Đề-các.**

Tích Đề-các của 2 tập A và B, ký hiệu là , là một tập C được định nghĩa như sau: C = 

Dễ dàng nhận thấy  không có tính giao hoán.

Mở rộng cho tích Đề-các của n tập:



Nếu  thì tích Đề-các được ký hiệu là , nghĩa là:



Dễ dàng chứng minh được 

Tích Đề-các là cơ sở của “nguyên lý nhân” trong bài toán đếm ở sau.

## 1.3. QUAN HỆ TƯƠNG ĐƯƠNG VÀ QUAN HỆ THỨ TỰ

**1.3.1. Quan hệ 2 ngôi.**

Ta đưa vào tập E một quan hệ R có liên quan đến 2 phần tử của E. nếu a có quan hệ R với b thì ta viết aRb.

*Thí dụ 1.*  Trên tập số thực, quan hệ “***bé hơn***” :

*Thí dụ 2.* Trong tập các đường thẳng trên một mặt phẳng P , quan hệ “***song song***” :là quan hệ 2 ngôi.

*Thí dụ 3.*  E là tập các sinh viên trong 1 lớp học  ***cùng năm sinh*** là một quan hệ 2 ngôi.

\* Quan hệ 2 ngôi trên tập E có thể có hoặc không các tính chất sau đây:

*a) Tính phản xạ - tự ứng:*

Quan hệ R có tính chất phản xạ nếu 

*Thí dụ:*  - Quan hệ “cùng năm sinh” có tính phản xạ

- Quan hệ “nhỏ hơn”(a<b) không có tính phản xạ vì không thể có a < a.

*b) Tính đối xứng :*

Quan hệ R có tính đối xứng nếu 

*Thí dụ.*  - Quan hệ “cùng năm sinh” có tính đối xứng

- Quan hệ “nhỏ hơn” (a < b) không có tính đối xứng vì từ a < b không thể suy ra b < a.

*c) Tính phản xứng*

Quan hệ R gọi là có tính phản xứng nếu 

*Thí dụ*  Quan hệ  có tính phản xứng vì từ  và  ta suy ra  (trên tập số thực)

*d) Tính bắc cầu – truyền ứng*

Quan hệ R gọi là có tính bắc cầu nếu 

*Thí dụ 1.*  Quan hệ “cùng năm sinh” có tính bắc cầu; quan hệ “nhỏ hơn” cũng có tính bắc cầu vì từ (a < b và b < c) suy ra a < c.

*Thí dụ 2.*  Trên tập các số nguyên dương N+ ta đưa vào quan hệ sau:

a và b là 2 số nguyên tố cùng nhau : Không có tính bắc cầu.

**1.3.2. Các phương pháp biểu diễn quan hệ 2 ngôi.**

***a) Phương pháp liệt kê.***

Một phương pháp biểu diễn R là liệt kê tất cả các phần tử của R trong .

*Thí dụ.*Cho . Ta có:



Tính phản xạ được thể hiện ở 3 phần tử đầu, 4 phần tử sau thể hiện tính đối xứng. Ở đây  nhưng  nên không có tính chất bắc cầu..

***b) Phương pháp sơ đồ.***

Mỗi phần tử của E là một đỉnh của đồ thị, nếu  thì có cung nối đến . Trong thí dụ trên ta có



***c) Phương pháp ma trận quan hệ.***

Nếu  thì R được biểu diễn bởi ma trận vuông cấp n:  trong đó



Trong thí dụ trên ta có:



**1.3.3. Quan hệ tương đương.**

Quan hệ 2 ngôi trên tập E gọi là ***quan hệ tương đương*** nếu nó có 3 tính chất: tự ứng, đối xứng và truyền ứng. *Thí dụ:*:

- Quan hệ “cùng năm sinh” trên tập các sinh viên của một lớp là tương đương.

- Quan hệ “song song” trên tập các đường thẳng trong một mặt phẳng nào đó là quan hệ tương đương.(với nghĩa song song là đồng phương mới có tính tự ứng)

- Quan hệ “a < b” trên tập số thực không phải là quan hệ tương đương.

Nếu R là quan hệ tương đương thì aRb có thể viết là .

Khi ta đưa vào tập E một quan hệ tương đương R thì tất cả các phần tử tương đương với nhau được xếp vào một lớp, gọi là ***lớp tương đương.***

***Ta có định nghĩa sau:***

Giả sử R là một quan hệ tương đương trên E và . Khi đó lớp tương đương chứa x là tập con: 

*Thí dụ: -* Quan hệ *:* Đồng dư theo mod 5 có các lớp tương đương: [0,1,2,3,4]

* Quan hệ: cùng năm sinh trong một tổ chức tạo thành những lớp gồm nhưng người cùng năm sinh trong tổ chức đó.

Khi đưa quan hệ tương đương R vào E thì R chia E thành các lớp tương đương. Các lớp tương đương này rời nhau và tạo nên một phủ của E đồng thời là một phân hoạch của E.

**1.3.4. Quan hệ thứ tự.**

Quan hệ 2 ngôi R trên tập E gọi là ***quan hệ thứ tự*** nếu nó có 3 tính chất: phản xạ, phản xứng và bắc cầu. Dễ dàng thấy rằng quan hệ () hay () là quan hệ thứ tự trên tập các số tự nhiên cũng như tập các số thực.( bé hơn hay bằng và lớn hơn hay bằng – mới có tính phản xạ)

***a) Quan hệ thứ tự toàn phần.***

Cho R là một quan hệ thứ tự trên E, nếu  ta đều có aRb hoặc bRa thì R gọi là ***quan hệ thứ tự toàn phần***; khi đó mọi phần tử của E đều được sắp xếp theo một thứ tự xác định theo quan hệ R và E là một ***tập có thứ tự toàn phần.***

***b) Quan hệ thứ tự không toàn phần – thứ tự bộ phận..***

Nếu R là một quan hệ thứ tự trên E nhưng không phải là quan hệ thứ tự toàn phần thì ta nói R là ***quan hệ thứ tự bộ phận*** hay ***không toàn phần*** – có những cặp không sắp thứ tự được

*Thí dụ.* - Quan hệ  trên tập số thực là quan hệ thứ tự toàn phần vì với mọi số thực a và b ta luôn có hoặc , và dó đó tập các số thực là tập có thứ tự toàn phần.

- Quan hệ  trên tập các số phức – mở rộng hơn, tập các véc tơ n chiều (các điểm trong không gian n chiều ) là quan hệ thứ tự không toàn phần vì  và  mà ta không có  và cũng không có . Tập  là tập có thứ tự bộ phận.

Giả sử E là tập có thứ tự, tập này được ký hiệu  trong đó  là một thứ tự. Giả sử F là tập con của tập có thứ tự ; khi đó thứ tự  cảm sinh một thứ tự trên F một cách tự nhiên, nghĩa là với  ta nói  trong F nếu  trong E.

*Thí dụ 1.* Giả sử R là tập các số thực, Z là tập các số nguyên, Q là tập các số hữu tỷ; khi đó  là tập có thứ tự và thứ tự  cảm sinh thứ tự tự nhiên trên Z và Q.

*Thí dụ 2.* Cho E là tập nào đó không rỗng; P(E) là tập lũy thừa của E. Ta đưa vào P(E) quan hệ : 

Dễ thấy rằng đây là quan hệ thứ tự, ta gọi đó là thứ tự bao hàm và do đó ký hiệu  được thay cho .

*Thí dụ 3.* Cho n là một số nguyên dương. Ký hiệu , trong đó  có nghĩa rằng a là ước của n hay n chia hết cho a. Trên  ta đưa vào quan hệ 

Dễ dàng thấy quan hệ  có tính phản xạ, phản xứng, bắc cầu nên đó là một quan hệ thứ tự. Chẳng hạn với  ta có : 

**1.3.5. Phần tử cực đại và phần tử lớn nhất.**

Xét tập có thứ tự ; x và y là 2 phần tử bất kỳ của E.

a) Nếu  ta nói y là ***trội*** của x.

b) y là ***trội trực tiếp*** của x nếu không tồn tại một trội z của x mà y là trội của z

c) Phần tử M được gọi là ***cực đại*** nếu nó không có trội thực sự, tức là:



d) Phần tử M được gọi là ***phần tử lớn nhất*** nếu 

*Thí dụ 1.*và xRy  y chia hết cho x.

Các phần tử cực đại là 9 và 12.

*Thí dụ 2.*và xRy  y chia hết cho x.

Khi đó 12 là phần tử lớn nhất.

Trong thí dụ 1 có 2 phần tử cực đại nhưng không có phần tử lớn nhất.

## 

## 1.4. ÁNH XẠ

**1.4.1. Các định nghĩa.**

***Định nghĩa 1.***

f gọi là ánh xạ từ tập A vào tập B nếu  duy nhất  mà ta ký hiệu là y =f(x) gọi là ***ảnh*** của x qua ánh xạ f, x là ***nghịch ảnh*** của y. Ta viết:



***Định nghĩa 2.***

Nếu  thì ảnh của E qua f là tập:



Hoặc ta cũng viết: 

Ta cũng ký hiệu f-1(y) là phần tử y nào có f(x) = y ⬄ x = f-1(y)

*Chú* ***ý.***

- Nếu f-1(y) =  thì 

- Nếu  thì x là phần tử duy nhất có ảnh là y.

***Định nghĩa 3.***

Cho f là một ánh xạ từ tập A vào tập B.

a) f là toàn ánh nếu 

b) f là đơn ánh nếu  và 

c) f là một song ánh nếu f vừa là toàn ánh vừa là đơn ánh.

*Chú ý****.***

Nếu f là một song ánh từ A lên B thì ta viết . Khi đó  duy nhất  để cho ; như vậy sự tương ứng  là một ánh xạ từ B vào A mà ta ký hiệu .  ;vớivà ta có:



Trong trường hợp này ta nói  là ***ánh xạ ngược*** của f.

*Thí dụ.*Ký hiệu R là tập số thực;  là tập số thực không âm.

a) cho bởi  là một ánh xạ nhưng không phải là toàn ánh vì các số âm không là ảnh của bất kỳ số x nào qua ánh xạ ; cũng không phải là đơn ánh vì x và  (với ) có chung một ảnh.

b) cho bởi  là toàn ánh nhưng không phải là đơn ánh.

c) cho bởi  là đơn ánh nhưng không phải là toàn ánh vì các số  không là ảnh của bất kỳ số  qua ánh xạ .

d) cho bởi  là song ánh (vừa là toàn ánh, vừa là đơn ánh). Ánh xạ ngược của nó là: 



**1.4.2. Hợp (hay tích) của các ánh xạ.**

Cho 2 ánh xạ: và , khi đó:

sao cho 

Và  sao cho 

Do đó  (qua ánh xạ trung gian f) sao cho 

Vậy có một ánh xạ từ A tới C xác định như sau:



***Định nghĩa 4.***  Hợp (hay tích) của hai ánh xạ f và g – theo thứ tự đó – ký hiệu là  xác định như sau: 

Hợp của 2 ánh xạ thường được biểu diễn bởi sơ đồ:



*Thí dụ.* Cho ;





Khi đó ánh xạ hợp:  xác định như sau:



Có thể tự chứng minh các định lý sau đây:

***Định lý 3.*** Hợp của 2 đơn ánh là đơn ánh. Hợp của 2 toàn ánh là toàn ánh. Hợp của 2 song ánh là song ánh.

***Định lý 4.***  Cho ánh xạ  và  là 2 tập con bất kỳ của A;  là 2 tập con bất kỳ của B. Khi đó:









## Lực lượng của tập hợp.

Đối với tập hữu hạn, ta gọi ***lực lượng của tập*** là số phân tử của tập đó.

Với các tập vô hạn, không hể biết số phần tử nên ta đưa ra khái niệm sau.

***Định nghĩa 5.*** Nếu giũa 2 tập A và B tòn tại một song ánh thì ta nói là A và B có cùng lực lượng hoặc A và B là 2 tập ***đẳng lực****.*

Lực lượng của tập số tự nhiên N+ được gọi là ***lực lượng đếm được.***

Như vậy mọi tập tồn tại một song ánh với N+ dều có lực lượng đếm được , như các tập: Tập số nguyên Z, tập số hữu tỉ Q v..v..

Tuy nhiên ta chứng minh được rằng tấp số thực R là ***không đếm được***

Ta gọi R là có ***lực lượng continum***

* ***Suy luận trong phạm vi hữu hạn “có thể” không tiếp tục đúng khi sang phạm vi vô hạn!***
* *Nghịch lý về Hội trường có vô hạn chỗ ngồi*
* *Bài toán Achille đuổi theo con rùa*

*- Chứng minh :”Tổng 2 cạnh của 1 tam giác bằng cạnh thứ ba”*

## BÀI TẬP CHƯƠNG 1

**1.1.** Trong các trường hợp dưới đây, hỏi A có bằng B không?

a) A là tập các số thực ; B là tập các số thực trị số tuyệt đối của chính nó.

b) A là tập các số thực ; B là tập các số thực trị số tuyệt đối của chính nó.

c) A là tập các số nguyên không âm, có lũy thừa bậc 3 là số lẻ không chia hết cho 3; B là tập các số nguyên không âm, có bình phương trừ 1 chia hết cho 24.

**1.2.** Xét các tập con của Z : ****;****;

****;****;

****;****.

Hỏi rằng trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào là đúng?

a) A = B c) B = C e) D = F

b) A = C d) D = E f) E = F

**1.3.** Trong số các tập cho dưới đây, tập nào khác rỗng?

a) ; d) ;

b) ; e) ;

c) ; f) .

**1.4.**Cho tập vũ trụ  và xét 4 tập con của nó:

; ;

; ;

Hãy xác định các tập dưới đây:

a) . f) .

b) . g) .

c) . h) .

d) . i) . e) .

**1.5.**Xét các tập con của Z : ; ; ; .

Hãy chỉ ra các khẳng định dưới đây, khẳng định nào là đúng?

a) ; c) ; e) ;

b) ; d) ; f) .

**1.6.**Cho A, B, C, D là các tập con của U. Hãy chứng minh rằng:

a) Nếu  và  thì  và .

b) Nếu  và  thì  và .

c)  khi và chỉ khi .

d)  khi và chỉ khi .

**1.7.**Dùng các tính chất của các phép toán tập hợp để đơn giản các biểu thức sau:

a) .

b) .

c) .

d) .

**1.8.** Cho . Tìm các tập lũy thừa sau đây:



**1.9.** Xét xem các mệnh đề nào dưới đây là đúng?

a) b) 

c) 

**1.10.** Có thể kết luận gì về các tập A và B nếu các đẳng thức dưới đây là đúng.

a) . c) .

b) . d) .

**1.11.** Hãy tìm một quan hệ trên  sao cho nó có tính chất:

a) Phản xạ và đối xứng nhưng không bắc cầu.

b) Phản xạ và bắc cầu nhưng không đối xứng.

c) Đối xứng và bắc cầu nhưng không phản xạ.

**1.12.** Hãy chỉ rõ các tính chất của các quan hệ cho dưới đây:

a) Quan hệ R trên Z:  là số chẵn.

b) Quan hệ R trên Z:  là số lẻ.

c) Quan hệ R trên Z:  là số chẵn.

d) Quan hệ R trên R: .

e) Quan hệ R trên R: .

f) Quan hệ R trên N+: .

**1.13.**  Quan hệ R trên A = {tập những người con trong một gia đình} được định nghĩa như sau:

a)  x là em của y

b)  x không là em của y

Hỏi các quan hệ trên có tính chất gì? Quan hệ nào là quan hệ tương đương? Quan hệ nào là quan hệ thứ tự?

**1.14.** Cho A là một tập người nào đó. Hãy chỉ rõ các quan hệ R nào dưới đây là quan hệ tương đương? Quan hệ nào là quan hệ thứ tự?

a)  x và y bằng tuổi nhau.

b)  x và y là hai anh em ruột.

c)  x và y quen biết nhau.

d)  x cao hơn y.

e)  x không cao hơn y.

**1.15.**  A là tập các từ trong 1 cuốn từ điển tiếng Việt. Hãy chỉ rõ các quan hệ nào dưới đây là quan hệ tương đương? Quan hệ nào là quan hệ thứ tự?

a)  x cùng dấu với y.

b)  x có cùng số chữ cái với y.

c) số chữ cái của x ít hơn số chữ cái của y.

d) số chữ cái của x không ít hơn số chữ cái của y.

**1.16.** Cho; P(E) là tập các tập con thực sự của E, kể cả tập E (không có tập rỗng). Đưa vào P(E) quan hệ R: 

a) Chứng minh rằng R là quan hệ thứ tự.

b) Biểu diễn quan hệ R dưới dạng sơ đồ.

c) Tìm phần tử cực đại và lớn nhất nếu có

**1.17.** Cho .

Đưa vào  quan hệ R:  y chia hết cho x; và đưa vào  quan hệ S: ySz nếu.

Hãy biểu diễn quan hệ hợp thành dạng:  bằng phương pháp liệt kê.

**1.18.** Cho. Biểu diễn các quan hệ trong E dưới dạng sơ đồ sao cho:

a) R là quan hệ có tính phản xạ, đối xứng nhưng không bắc cầu.

b) S là quan hệ có tính phản xạ, bắc cầu nhưng không đối xứng.

c) T là quan hệ có tính đối xứng, bắc cầu nhưng không phản xạ.

**1.19.** Cho X là tập các số nguyên dương . Trên tập  đưa vào quan hệ R như sau: nếu

a) Chứng minh R là quan hệ tương đương trên .

b) Chỉ ra các lớp tương đương trong 

**1.20.** Cho X là tập các số nguyên dương . là các quan hệ đồng dư 2, 3, 6 trên X;  là các lớp tương đương. Chứng minh rằng:

a) là các quan hệ tương đương.

b) 

c) 

***Bài tập bổ sung chương 1.***

**1.21.**  Với mỗi ánh xạ dưới đây, hãy xác định xem nó có là đơn ánh không? Tìm ảnh của miền xác định của ánh xạ trên.

a) .

b) .

c) .

d) .

e) .

f) .

**1.22.** Cho ánh xạ  xác định bởi . Hãy tìm f(A) trong các trường hợp dưới đây:

a) ; d) ;

b) ; e) ;

c) ; f) .

**1.23.** Với mỗi ánh xạ  dưới đây, xác định xem nó có phải là đơn ánh hay toàn ánh không? Tìm ?

a) ; d) ;

b) e) ;

c) ; f) .

**1.24.**  Với mỗi ánh xạ dưới đây, xét xem nó có phải là đơn ánh, toàn ánh hay song ánh không? Trong trường hợp nó là song ánh, hãy tìm ánh xạ ngược.

a) .

b) .

c) .

d) .

e) .

f) .

**1.25.**Xét ánh xạ  định nghĩa bởi



a) Tìm .

b) Tìm nghịch ảnh của các khoảng .

**1.26.**  Xét ánh xạ  xác định bởi



a) Chứng minh rằng f là một song ánh.

b) Tìm.

**1.27.**  Cho và

xét 2 ánh xạ  và  xác định bởi

và .

Hãy tìm  *4; 6; 10; 14*

**1.28.**  Xét ánh xạ  xác định bởi 

a) Tìm  và suy ra . *f -1(n ) = n – (-1)n*

b) Chứng minh rằng f là một đơn ánh.

c) Giải phương trình , (n nguyên). *n = 364*